~ CURS 5 ~

Cap. II - CIRCUITE ELECTRICE TRIFAZATE

II.1. Introducere

Dacă sursa de producere a energiei electromagnetice este un generator care produce un sistem trifazat de trei tensiuni electromotoare alternative, linia de transmisie este alcătuită din trei conductoare având aceeași secțiune, eventual și un conductor neutru de secțiune mai mică, iar receptorul are impedanțele de fază conectate în stea sau triunghi, sistemul de producere, transmisie și distribuție a energiei electromagnetice se numește *sistem trifazat*.

Comparativ cu sistemul monofazat, cel trifazat prezintă o serie de avantaje:

a. o transmisie de energie mai ieftină, costul liniei de transport fiind mai mic la aceeași putere tranzitată;
b. posibilitatea de a dispune la consumator de două tensiuni diferite (de fază sau de linie);
c. posibilitatea de a produce câmpuri magnetice învârtitoare care permit realizarea motoarelor asincrone care sunt cele mai simple și economice motoare electrice;
d. producerea unui sistem trifazat de tensiuni electromotoare este principal la fel de simplă ca și aceea a unei singure tensiuni electromotoare;
e. posibilitatea funcționării în regim de avarie în cazul întreruperii unei faze, chiar două.

II.2. Sisteme de mărimi trifazate

Un ansamblu de trei mărimi sinusoidale, ordonate, de aceeași frecvență, defazate între ele se numește sistem trifazat și poate fi exprimat cu relația:

$$m_k(t) = \sqrt{2} M_k \sin(\omega t + \varphi_k),\ k = \overline{1,3}$$

Dacă valorile efective ale mărimilor sistemului sunt egale (M_1=M_2=M_3=M) și defazajele între două mărimi consecutive sunt $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{2\pi}{3}\alpha$, sistemul se numește trifazat simetric.

→ dacă α = 1 – succesiune directă; $\underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3$ - sens orar;

→ dacă α = -1 – succesiune inversă; $\underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3$ - sens trigonometric;

→ dacă α = 0 – succesiune homopolară; $\underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3$ - paraleli.

A. Sistem trifazat de succesiune directă

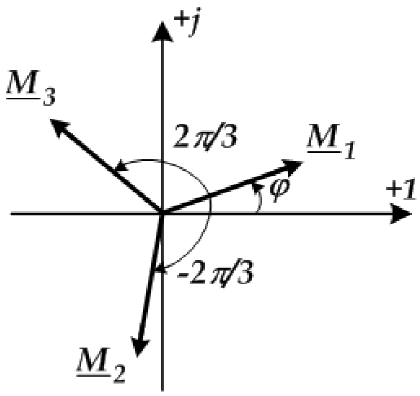


Fig. 2.1. Succesiunea directă

$$\underline{M}_1 = M \cdot e^{j\cdot\varphi} = \underline{M}$$

$$\underline{M}_2 = M \cdot e^{j(\varphi - \frac{2\pi}{3})} = \underline{M} \cdot e^{-j\cdot\frac{2\pi}{3}} = a^2 \cdot \underline{M}$$

$$\underline{M}_3 = M \cdot e^{j(\varphi + \frac{2\pi}{3})} = \underline{M} \cdot e^{j\cdot\frac{2\pi}{3}} = a \cdot \underline{M}$$

unde: $a = e^{j\cdot\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$a^2 = e^{j\cdot\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\cdot\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^* = a^2$$

B. Sistem trifazat de succesiune inversă

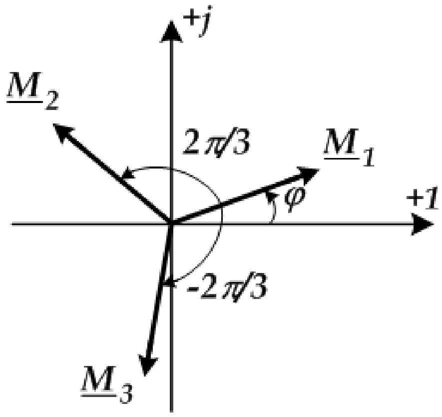


Fig. 2.2. Succesiunea inversă

$$\underline{M}_1 = M \cdot e^{j\cdot\varphi} = \underline{M}$$

$$\underline{M}_2 = M \cdot e^{j(\varphi + \frac{2\pi}{3})} = a \cdot \underline{M}$$

$$\underline{M}_3 = M \cdot e^{j(\varphi - \frac{2\pi}{3})} = a^2 \cdot \underline{M}$$

Teorema 1. Suma mărimilor unui sistem trifazat simetric de succesiune directă sau inversă este nulă (atât în instantaneu, cât și în complex).

$$m_1 + m_2 + m_3 = 0 \text{ și } \underline{M}_1 + \underline{M}_2 + \underline{M}_3 = 0$$

$$\underline{M}_1 + \underline{M}_2 + \underline{M}_3 = \underline{M}(1 + a^2 + a) = 0$$

Teorema 2. Fie un sistem trifazat simetric de succesiune directă sau inversă $\underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3$. Sistemul format din mărimile diferență a câte două mărimi consecutive ale acestuia este tot un sistem trifazat simetric de aceeași succesiune ca și cel inițial.

$$\underline{M}_{12} = \underline{M}_1 - \underline{M}_2 = \underline{M} - a^2\underline{M} = \underline{M}(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) =$$

$$= \underline{M}\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}) = \sqrt{3}\underline{M} \cdot e^{j\cdot\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{M}_{23} = \underline{M}_2 - \underline{M}_3 = \underline{M}(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}) = \underline{M}\sqrt{3}(-j) = \sqrt{3}\underline{M} \cdot e^{-j\cdot\frac{\pi}{2}}$$

$$\underline{M}_{31} = \underline{M}_3 - \underline{M}_1 = \underline{M}(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - 1) = \underline{M}\sqrt{3}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}) = \sqrt{3}\underline{M} \cdot e^{j\cdot\frac{5\pi}{6}}$$

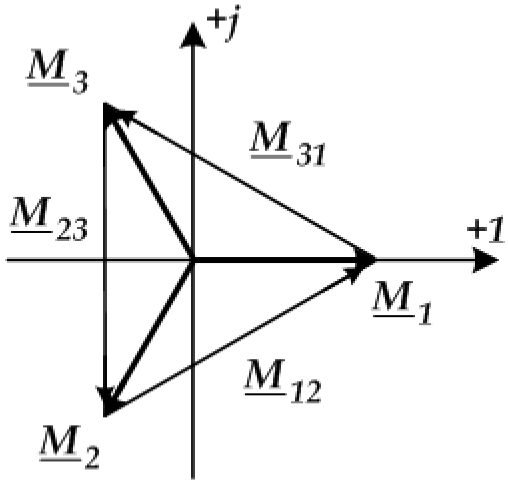


Fig. 2.3. Sistem trifazat diferență

C. <u>Un sistem homopolar</u> este format din trei mărimi sinusoidale cu valori efective egale și în fază:

$$m_1 = m_2 = m_3 = \sqrt{2}M\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow$$
$$\underline{M}_1 = \underline{M}_2 = \underline{M}_3 = M \cdot e^{j \cdot \varphi}$$

Evident, diferența dintre două mărimi consecutive este nulă, iar suma tuturor este: $\underline{M}_1 + \underline{M}_2 + \underline{M}_3 = 3\underline{M} = 3M \cdot e^{j \cdot \varphi}$

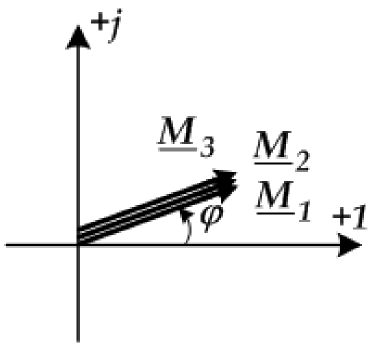


Fig. 2.4. Sistem trifazat homopolar

<u>II.3. Conexiunile circuitelor trifazate</u>

Sistemele trifazate pot funcționa în una din următoarele conexiuni:

- în conexiune stea, obținută prin legarea sfârșitului celor trei faze la un același punct numit neutru sau nul;
- în conexiune triunghi, realizată prin legarea sfârșitului fiecărei faze la începutul fazei următoare;

Calculul circuitelor electrice trifazate constă, în general, în determinarea curenților de fază și de linie, cunoscând valorile tensiunilor de alimentare (de fază sau de linie), respectiv ale impedanțelor de pe fiecare fază.

A. Analiza circuitelor trifazate în conexiune stea

În cazul cel mai general, schema unui circuit trifazat în conexiune stea este reprezentat în figura 2.5. Denumirea mărimilor este specifică sistemelor trifazate, după cum urmează:

$\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20}$, $\underline{U}_{30}$ – tensiunile de fază la generator;

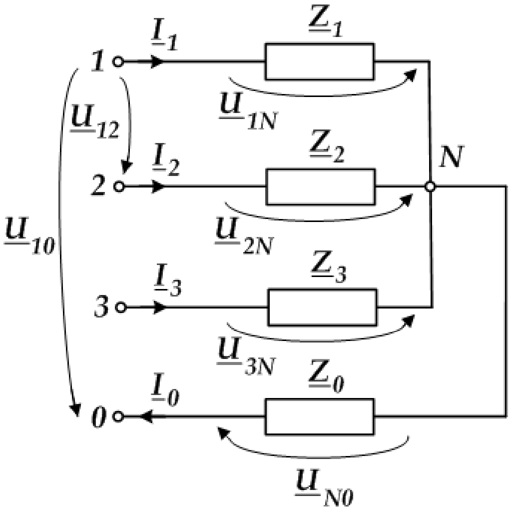
$\underline{U}_{1N}$, $\underline{U}_{2N}$, $\underline{U}_{3N}$ – tensiunile de fază la receptor;

$\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ – tensiunile de linie (între faze);

$\underline{I}_{1}$, $\underline{I}_{2}$, $\underline{I}_{3}$ – curenții de linie (egali cu cei de fază în cazul acestei conexiuni);

$\underline{U}_{N0}$ – tensiunea de deplasare a nulului;

$\underline{I}_{0}$ – curentul de pe firul neutru.



$$\underline{U}_{10} = U_f \cdot e^{j\cdot\varphi}$$
$$\underline{U}_{20} = a^2 \cdot \underline{U}_1$$
$$\underline{U}_{30} = a \cdot \underline{U}_1$$

Fig. 2.5. Conexiune stea

a) când $\underline{Z}_0 \neq 0$ (conexiunea stea cu conductor neutru cu impedanță):

Aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff în nodul *N* se obține:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 - \underline{I}_0 = 0,$$

în care fiecare curent este substituit pe baza legii lui Ohm:

$$\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{10} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{20} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{30} - \underline{U}_{N0}(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_0 = 0)$$

Din această relație se poate determina valoarea tensiunii de deplasare a nulului (*formula lui Millman*):

$$\underline{U}_{N0} = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{10} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{20} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{30}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_0}$$

După determinarea lui $\underline{U}_{N0}$, curenții prin circuit (de linie, respectiv de pe firul neutru) se determină cu ajutorul relațiilor lui Ohm pe fiecare impedanță în parte:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1N}}{\underline{Z}_1} = \underline{Y}_1(\underline{U}_{10} - \underline{U}_{N0}) \qquad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3N}}{\underline{Z}_3} = \underline{Y}_3(\underline{U}_{30} - \underline{U}_{N0})$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2N}}{\underline{Z}_2} = \underline{Y}_2(\underline{U}_{20} - \underline{U}_{N0}) \qquad \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_{N0}}{\underline{Z}_0} = \underline{Y}_0 \cdot \underline{U}_{N0}$$

b) când $\underline{Z}_0 \to \infty$ (conexiunea stea fără conductor neutru):

Se ajunge la formula lui Millman în care $\underline{Y}_0 = 0$

$$\Rightarrow \underline{U}_{N0} = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{10} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{20} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{30}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

Curenții pe fază se calculează ca la punctul anterior.

c) când $\underline{Z}_0 = 0$ (conexiunea stea cu conductor neutru cu impedanță nulă), generează următoarele relații de calcul:

$$\underline{U}_{N0} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_{10} = \underline{U}_{1N} \Rightarrow \underline{I}_1 = \dfrac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z}_1} \\ \underline{U}_{20} = \underline{U}_{2N} \Rightarrow \underline{I}_2 = \dfrac{\underline{U}_{20}}{\underline{Z}_2} \\ \underline{U}_{30} = \underline{U}_{3N} \Rightarrow \underline{I}_3 = \dfrac{\underline{U}_{30}}{\underline{Z}_3} \end{cases}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

B. <u>Analiza circuitelor trifazate în conexiune triunghi</u>

Circuitul trifazat în conexiunea triunghi (fig. 2.6) are următoarele mărimi specifice:

$\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ – tensiunile de linie (egale cu cele de fază în cazul acestei conexiuni);

$\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ – curenții de linie;

$\underline{I}_{12}$, $\underline{I}_{23}$, $\underline{I}_{31}$ – curenții de fază;

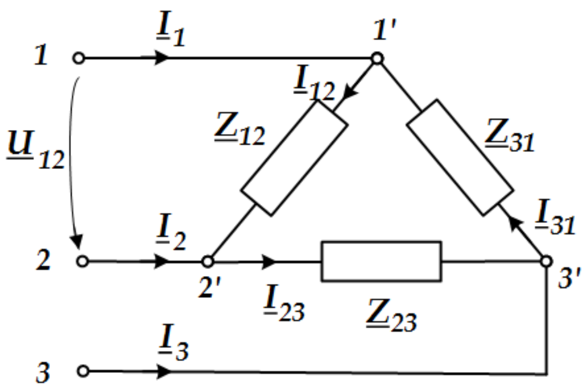


Fig. 2.6. Conexiune triunghi

$$\underline{U}_{12} = U \cdot e^{j\cdot\varphi}$$

$$\underline{U}_{23} = U \cdot e^{j(\varphi - \frac{2\pi}{3})} = a^2 \cdot \underline{U}_{12}$$

$$\underline{U}_{31} = U \cdot e^{j(\varphi + \frac{2\pi}{3})} = a \cdot \underline{U}_{12}$$

În cazul acestei conexiuni, tensiunile de fază sunt egale cu cele de linie, deci curenții de fază pot fi determinați cu ajutorul legii lui Ohm:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}} \qquad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} \qquad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}},$$

iar curenții de linie se calculează cu ajutorul primei teoreme a lui Kirchhoff:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} \qquad \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} \qquad \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$